

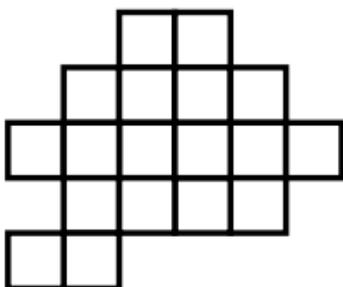
Задания

II (отборочного) этапа республиканской олимпиады по математике

в 2019-2020 учебном году

7 класс

1. Разрежьте фигуру (по границам клеток) на три равные (одинаковые по форме и величине) части.



2. На столе лежат фрукты трех видов: яблоки, груши и персики. Известно, что яблок на 8 меньше, чем всех остальных фруктов, а груш – на 14 меньше, чем всех остальных фруктов. Сколько персиков лежит на столе? Обязательно объясните свой ответ.

3. Коммерсант занялся торговлей. Каждое утро он покупает товар на некоторую часть имеющихся у него денег (возможно, на все имеющиеся у него деньги). После обеда он продает купленный товар в 2 раза дороже, чем купил. Как нужно торговать, чтобы через 5 дней у коммерсанта было ровно 25 000 рублей, если сначала у него было 1 000 рублей?

4. Имеются 10 арбузов и весы, с помощью которых за одно взвешивание можно определить общий вес любых трех арбузов (на весы разрешается класть ровно 3 арбуза). Как за шесть таких взвешиваний определить общий вес всех арбузов?

5. Углы KOM и MOP – смежные. Луч OA – биссектриса $\angle KOM$, а луч OC проходит между сторонами $\angle MOP$. Докажите, что луч OC является биссектрисой $\angle MOP$, если $\angle AOC$ прямой.

Использование калькуляторов запрещено

Каждое задание оценивается в 7 баллов

Задания

II (отборочного) этапа республиканской олимпиады по математике в 2019-2020 учебном году

8 класс

1. Найдите такие четыре натуральных числа, что произведение любых трех из них, сложенное с единицей, делится на четвертое.
2. Действительные числа a, b, c удовлетворяют условию:
 $(2b - a)^2 + (2b - c)^2 = 2(2b^2 - ac)$.
Докажите, что число b является средним арифметическим чисел a и c .
3. Определите день и месяц рождения некоего человека, если у него сумма произведений числа месяца на 12 и номера месяца на 31 равна 436.
4. При каких значениях параметра a система уравнений $\begin{cases} |x| + |y| = 4, \\ y = a - x \end{cases}$ имеет два решения?
5. В треугольнике ABC проведена биссектриса AD . На стороне AB обозначена точка M так, что $MD \parallel AC$ и $\angle MDA = \angle MDB$. Определите длину отрезка DC , если $AD = 5$.

Использование калькуляторов запрещено

Каждое задание оценивается в 7 баллов

Задания

II (отборочного) этапа республиканской олимпиады по математике в 2019-2020 учебном году

9 класс

1. Садовник должен посадить 10 кустов роз за три дня. Сколькими способами он может распределить по дням свою работу, если будет высаживать не менее одного куста в день?
2. Докажите, что число $\sqrt{2013 \cdot 2015 \cdot 2017 \cdot 2019 + 16}$ является целым.
3. Ненулевые числа a и b удовлетворяют условию $6a+6b = \frac{25}{a} + \frac{25}{b} = 25$.
Чему может равняться значение выражения $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$?
4. Найдите все значения параметра a , при которых сумма корней уравнения $x^2 - (a^2 + 3a)x + 5 - a = 0$ равна 4.
5. Диагонали описанного четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Радиусы описанных окружностей треугольников AOB , BOC , COD , DOA соответственно равны R_1 , R_2 , R_3 , R_4 . Докажите, что $R_1 + R_3 = R_2 + R_4$.

Использование калькуляторов запрещено

Каждое задание оценивается в 7 баллов

Задания

II (отборочного) этапа республиканской олимпиады по математике в 2019-2020 учебном году

10 класс

1. Решите уравнение в целых числах $xy = x - y$.
2. При каких значениях параметра a уравнение $|2|x + a| - 1| = x - 1$ имеет единственный корень?
3. Дана трапеция, основания которой равны a и $3a$, боковые стороны $2a$. Определите расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей.
4. Докажите, что для любых положительных чисел a и b выполняется неравенство $(a^2 + b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b^2}\right) \geq 4\sqrt{\frac{a}{b}}$.
5. Для участия в соревнованиях в спортивный городок прибыли 30 спортсменов: волейболисты, баскетболисты, гандболисты и футболисты. Среди приехавших оказалось:
баскетболистов и футболистов вместе – вдвое меньше, чем волейболистов,
а баскетболистов и гандболистов вместе – вдвое больше, чем футболистов.
Сколько для участия в соревнованиях прибыло волейболистов, если спортсменов каждого вида спорта было разное количество?

Использование калькуляторов запрещено

Каждое задание оценивается в 7 баллов

Задания

II (отборочного) этапа республиканской олимпиады по математике в 2019-2020 учебном году

11 класс

1. При каком значении параметра a сумма квадратов корней уравнения $x^2 + (2 - a)x - a - 3 = 0$ будет наименьшей?
2. На семи карточках написали числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7. Затем карточки перевернули, перемешали и на обратных сторонах написали те же числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7. Числа, написанные на обеих сторонах каждой карточки, сложили и полученные суммы перемножили. Четно или нечетно полученное произведение?
3. На плоскости дан квадрат $ABCD$ со стороной 1 и точка X за пределами квадрата. Известно, что $XA = \sqrt{5}$, $XC = \sqrt{7}$. Чему равно XB ?
4. Решите уравнение: $\sqrt{x-2+\sqrt{2x-5}} + \sqrt{x+2+3\sqrt{2x-5}} = 7\sqrt{2}$.
5. Пусть a и b – положительные числа и $a^3 + b^3 = a^5 + b^5$. Докажите, что $a^2 + b^2 \leq 1 + ab$.

Использование калькуляторов запрещено

Каждое задание оценивается в 7 баллов