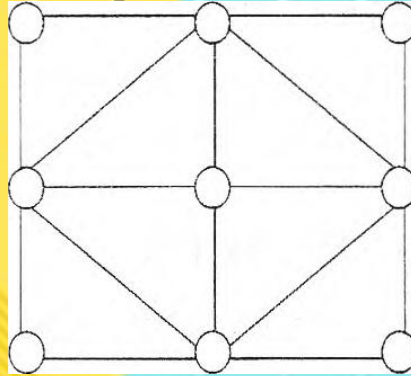


**Задания открытого тура 72 олимпиады по математике школ  
города Луганска в 2021/2022 учебном году**

**5 класс**

**№1.** Девять кроликов за 3 дня съедают 27 кг сена. Сколько кг сена нужно шести кроликам на 6 дней?

**№2.** Все цифры от 1 до 9 впишите в кружочки так, чтобы сумма цифр, стоящих в вершинах каждого квадрата, была одним и тем же числом.



**№3.** Аня открыла книгу и обнаружила, что сумма номеров левой и правой страниц - 45. Чему равно произведение этих номеров?

**№4.** В пакете лежали шарики одинаковой формы и одинакового размера: синего, белого и желтого цветов. Сколько нужно достать (не глядя в пакет) шариков, чтобы среди них попало 3 белых, если синих было – 10 шт., белых – 5 шт., а желтых – 8 шт.?

**№5.** На новогодний праздник ученики 5 класса Иванов, Петров и Сидоров должны были подготовить стихотворение, танец и песню. Во время репетиции выяснилось, что Иванов не будет читать стихотворение, Сидоров не будет петь, Иванов будет петь, а Сидоров не будет читать стихотворение. Во время подготовки к празднику учитель выяснил, что из четырех вариантов только один соответствует действительности. Кто же из учеников во время праздника пел, танцевал и читал стихотворение?



Задания открытого тура 72 олимпиады по математике школ  
города Луганска в 2021/2022 учебном году

6 класс

№1

В записи  $52*2*$  замените звездочки цифрами так, чтобы полученное число делилось на 36. Укажите все возможные решения.

№2

Разрежьте квадрат  $3*3$  на две части и квадрат  $4*4$  на две части так, чтобы из полученных четырех кусочков можно было сложить новый квадрат.

№3

П	И	Т	О	Н
Н	О			

Заполните скэворд.

Требуется заполнить пустые клетки буквами верхнего слова так, чтобы в каждой строке, в каждом столбце и по каждой большой диагонали одинаковых букв не было.

Для контроля вместе с буквой ставят её номер (какой по порядку она была поставлена).

№4

Пять школьников из пяти разных городов Луганской Народной Республики приехали в столицу республики на математическую олимпиаду. На вопрос: «Откуда вы?» каждый дал ответ.

Романенко: «Я приехал из Кировска, а Белов из Стаханова»;

Ефремов: «Я приехал из Краснодона, а Ужвий – из Свердловска»;

Белов: «Я приехал из Стаханова, а Коваль – из Алчевска»;

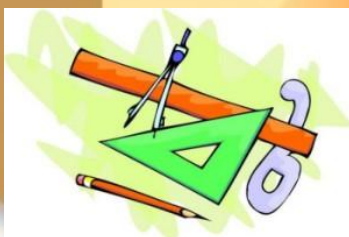
Ужвий: «Я приехал из Свердловска, а Ефремов из Алчевска»;

Коваль: «Я приехал из Краснодона, а Романенко из Свердловска».

Откуда приехал каждый из школьников, если одно утверждение он высказал истинное, а другое ложное?

№5

Определите число отрезков на рисунке. Для облегчения подсчета, обозначьте точки пересечения буквами.



**Задания открытого тура 72 олимпиады по математике школ  
города Луганска в 2021/2022 учебном году**

7 класс

**№1**

Найдите наибольшее натуральное число, делящееся на 36, в записи которого участвуют все 10 цифр по одному разу.

**№2**

Игнату сейчас вчетверо больше лет, чем было его сестре в момент, когда она была вдвое младше его. Сколько лет сейчас Игнату, если через 15 лет ему и сестре вместе будет 100 лет?

**№3**

Восстановите запись умножения

$$\begin{array}{r} \times 39^* \\ \hline + \quad **8^* \\ \hline 1191 \\ \hline 1**98 \end{array}$$

**№4**

Даны три квадрата, у каждого из которых длины сторон составляют целое число сантиметров. Из них сложили прямоугольник с площадью  $150 \text{ см}^2$ . Найдите периметр этого прямоугольника.

**№5**

Сумма трёх чисел 3898,32. Если в одном из чисел перенести запятую вправо на одну цифру, то получится большее из данных чисел. Если в этом же числе перенести запятую влево на одну цифру, то получится меньшее из данных чисел. Найдите эти числа.



Задания открытого тура 72 олимпиады по математике школ  
города Луганска в 2021/2022 учебном году

8 класс

№1

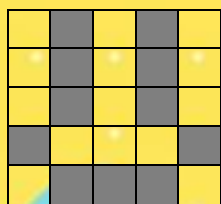
На доске записано число 23. Каждую минуту число стирают с доски и записывают вместо него произведение его цифр, увеличенное на 15. То есть, через одну минуту на доске будет записано 21 ( $2 \cdot 3 + 15 = 21$ ). Какое число будет записано на доске через час?

№2

Дан равнобедренный треугольник  $ABC$  ( $AC = BC$ ). На сторонах  $BC$ ,  $AC$ ,  $AB$  отмечены точки  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$  соответственно. Оказалось, что  $C_1B_1$  перпендикулярно  $AC$ ,  $B_1A_1$  перпендикулярно  $BC$  и  $B_1A_1 = B_1C_1$ . Докажите, что  $A_1C_1$  перпендикулярно  $AB$ .

№3

В квадрате  $5 \times 5$  покрасили в черный цвет некоторые клетки так, как показано на рисунке. Рассмотрим всевозможные квадраты, стороны которых идут по линиям сетки. В скольких из них одинаковое количество черных и белых клеток?



№4

Докажите, что произведение четырех последовательных чисел в сумме с 1 дает полный квадрат.

№5

Среднее арифметическое трех двузначных натуральных чисел  $x$ ,  $y$ ,  $z$  равно 60. Какое наибольшее значение может принимать выражение

$$\frac{x+y}{z}?$$



Задания открытого тура 72 олимпиады по математике школ  
города Луганска в 2021/2022 учебном году

9 класс

№1.

Вычислите простейшим способом:

$$\sqrt{152347^4 + 2 \cdot 152347^2 + 1} - \sqrt{152347^4 - 2 \cdot 152347^2 + 1}$$

№2

Определить площадь равнобокой трапеции, высота которой равна  $h$  и диагонали взаимно перпендикулярны.

№3

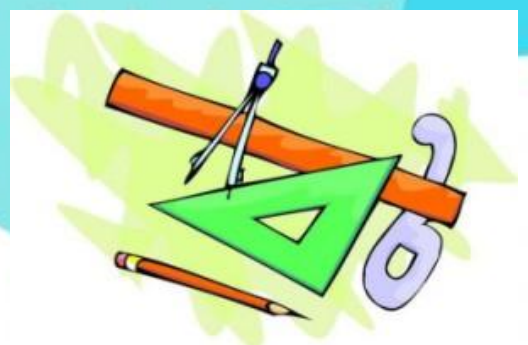
Среднее арифметическое трех двузначных натуральных чисел  $x$ ,  $y$ ,  $z$  равно 60. Какое наибольшее значение может принимать выражение  $\frac{x+y}{z}$ ?

№4

Когда Винни-Пух пришел в гости к Кролику, он съел 3 тарелки меда, 4 тарелки сгущенки и 2 тарелки варенья, а после этого не смог выйти наружу из-за того, что сильно растолстел от такой еды. Но известно, что если бы он съел 2 тарелки меда, 3 тарелки сгущенки и 4 тарелки варенья или 4 тарелки меда, 2 тарелки сгущенки и 3 тарелки варенья, то спокойно смог бы покинуть нору гостеприимного Кролика. От чего больше толстеют: от варенья или от сгущенки?

№5

Докажите, что любой треугольник можно разрезать на несколько равнобедренных треугольников.



Задания открытого тура 72 олимпиады по математике школ  
города Луганска в 2021/2022 учебном году

10 класс

№1

Доказать, что для любых действительных чисел  $x$  и  $y$  верно неравенство  $x^2 + 2y^2 + 2xy + 6y + 10 > 0$ .

№2.

Известно, что числа  $a, b, \sqrt{a} - \sqrt{b}$  – рациональные. Докажите, что  $\sqrt{a}$  и  $\sqrt{b}$  – тоже рациональные числа.

№3

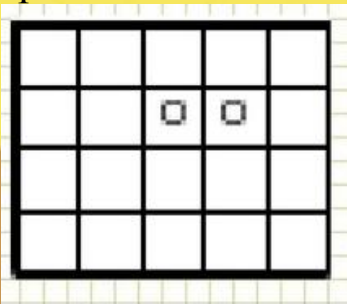
Из точки  $E$  к окружности диаметром  $KM$  проведена касательная  $EM$ . Отрезок  $EK$  пересекается с окружностью в точке  $D$ ,  $ED = 2$  дм;  $KM = 6$  дм. Найдите градусную меру дуги окружности, заключенной внутри  $\triangle MEK$ .

№4

Был произведен расчет износа шин на новом автомобиле. Шина на заднем колесе выдерживает пробег 14000 км, а на переднем – 21000 км. Какой максимальный пробег можно осуществить на этих колёсах?

№5

Разрезать фигуру на две одинаковые части ломаной, звенья которой проходят по линиям клеток. В каждой части должен быть кружок.



Задания открытого тура 72 олимпиады по математике школ  
города Луганска в 2021/2022 учебном году

11 класс

№1

Встречаются два приятеля, которые давно друг друга не видели. У них происходит такой диалог:

— Я слышал, у тебя дети появились.

— Да, три сына.

— И сколько им лет?

— Ну... В сумме — тринадцать!

— Хм... Ты снова загадками говоришь? Ну ладно. Что ещё можешь сказать?

— Если возрасты перемножить, получится столько же, сколько окон вон у того дома.

Приятель считает окна и прикидывает варианты.

— Но этого до сих пор недостаточно для ответа!

— Могу добавить, что мой старший сын — рыжий.

— Ну теперь совсем другое дело. Им... (далее следует ответ).

— Правильно!

Сколько же лет им было? И как первый смог вычислить возраст?

№2

Точка  $E$  лежит на диагонали  $AC$  трапеции  $ABCD$ . Найдите отношение ее оснований  $BC$  и  $AD$ , если площадь треугольника  $ADE$  в два раза больше площади треугольника  $ABE$ .

№3

При каких значениях  $x$  функция  $y = \sqrt[4]{10+x} - \sqrt{2-x}$  принимает положительные значения?

№4

Из отрезков с длинами  $1, 1, 1, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{3}$  составили тетраэдр. Какое наибольшее количество граней может оказаться прямоугольными треугольниками?

№5 Решите в целых числах систему уравнений:

$$\begin{cases} xy + z = 94, \\ x + yz = 95. \end{cases}$$

